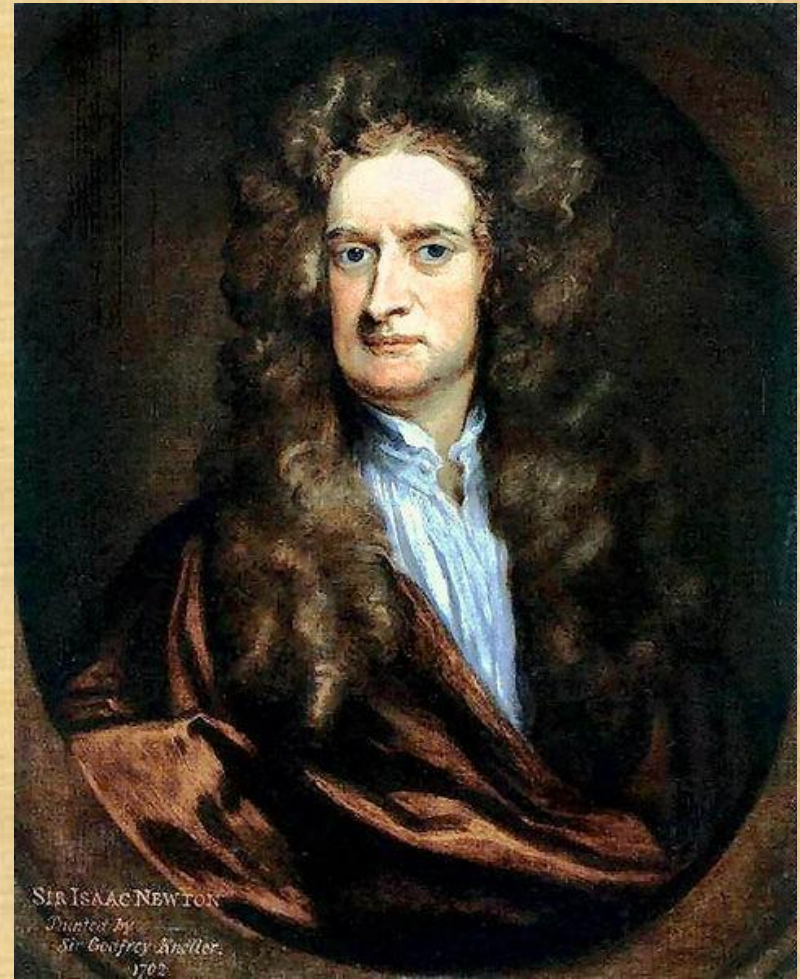


*Elementy
dynamiki
klasycznej*

- *wprowadzenie*



dr inż. *Romuald Kędzierski*

Po czym można rozpoznać, że na ciało działają siły?

Po skutkach działania sił.

Możliwe skutki działania sił:

- *zmiana kierunku ruchu ciała, (zmiana kierunku wektora prędkości)*
- *zmiana wartości wektora prędkości,*
- *odkształcenie (deformacja) ciała.*

Czym jest siła?

Jest to efekt wzajemnego oddziaływania dwóch ciał materialnych na siebie.

*Źródłem każdej **siły rzeczywistej** jest jakieś ciało materialne.*

*Istnieją siły, których źródłem nie jest żadne ciało materialne. Są to tzw. **siły** **pozorne** – są nimi tzw. **siły bezwładności**.*

Co trzeba o sile wiedzieć, aby ją jednoznacznie określić?

Należy podać:

- wartość siły,
- kierunek działania siły,
- zwrot siły,
- punkt przyłożenia siły.

**Siły są wielkościami
wektorowymi!**

W jakich jednostkach wyraża się wartość siły w układzie SI?

1 N (niuton)

Siła ma wartość **1 niutona**, jeżeli działając na ciało o masie **1 kg** nada mu przyspieszenie o wartości **$1 \frac{m}{s^2}$** .

$$1 N = 1 kg \cdot 1 \frac{m}{s^2}$$

Klasyfikacja sił

Każde ze znanych oddziaływań między ciałami można zaliczyć do jednego z czterech oddziaływań fundamentalnych (podstawowych):

- 1. Grawitacyjne-*np.*** *utrzymują Ziemię na jej orbicie wokół Słońca i pozwalają nam chodzić po powierzchni Ziemi.*
- 2. Elektromagnetyczne-*np.*** *utrzymują elektrony wokół jąder atomowych i są odpowiedzialne za wiązania chemiczne.*
- 3. Silne** - *mają bardzo krótki zasięg i w większej skali są zanedbywalne, natomiast w małej skali są znacznie silniejsze od oddziaływań elektromagnetycznych – wiążą protony i neutrony w jądrach atomowych.*
- 4. Słabe** - *mają tak mały zasięg, że nie powodują żadnych wiązań, są odpowiedzialne za niektóre rozpady promieniotwórcze.*

Siła wypadkowa i jej obliczanie

Siła wypadkowa:

Jest to taka siła, która zastępuje dany układ sił działających na dane ciało w danej chwili nie powodując zmian w skutkach działania.

Jest to suma geometryczna wektorów wszystkich istotnych sił działających na dane ciało w danej chwili.

$$\vec{F}_W = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$$

Uwaga:

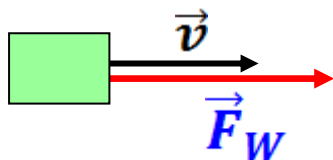
$|\vec{F}_W| = 0$ \longrightarrow siły działające na ciało równoważą się

$|\vec{F}_W| \neq 0$ \longrightarrow siły działające na ciało nie równoważą się

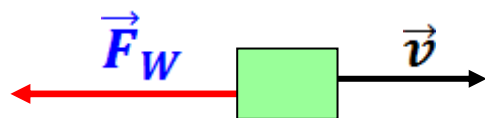
Siła równoważąca \vec{F}_r : jej kierunek i wartość są takie same jak siły wypadkowej, ale obie siły mają przeciwny zwrot.

$$\vec{F}_r + \vec{F}_W = \vec{0}$$

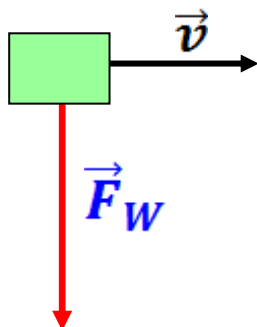
Skutki wywołane przez siłę wypadkową działającą na poruszające się ciało



Zwiększenie wartości prędkości!



Zmniejszenie wartości prędkości!



Zakrzywienie toru bez zmiany wartości prędkości!

Uwaga:

Jeżeli działająca siła nie jest ani równoległa, ani prostopadła do wektora prędkości ciała, to następuje zarówno zmiana wartości prędkości, jak i kierunku ruchu!

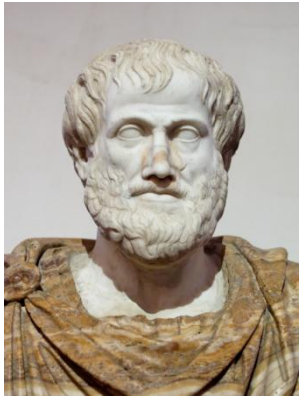
*Tylko dwie rzeczy
są nieskończone:*

*Wszechświat oraz ludzka
głupota, choć...*

*nie jestem pewien co
do tej pierwszej!*

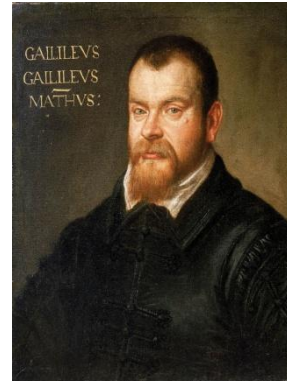
Albert Einstein

Czy do utrzymania ciała w ruchu jednostajnym prostoliniowym potrzebna jest siła?



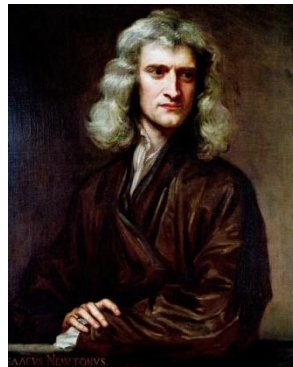
Do utrzymania ciała w ruchu jednostajnym prostoliniowym konieczne jest działania siły

Arystoteles
384-322 p.n.e.



Do utrzymania ciała w ruchu jednostajnym prostoliniowym nie jest konieczne działania siły, jeżeli usunie się wszelkie opory ruchu

Galileusz
1564 - 1642



Isaac Newton
1642 - 1727

„Każde ciało pozostaje w stanie spoczynku lub w ruchu jednostajnym o stałym kierunku, dopóki nie zostanie zmuszone do zmiany tego stanu przez działające na nie siły”

1687

Druga zasada dynamiki Newtona

Założenia:

- na ciało o stałej masie działa niezerowa siła wypadkowa,
 $m = \text{const}, \quad |\vec{F}_W| > 0$
- ciało można uważać za sztywne (**nieodkształcalne**),
- prędkość ciała jest znacznie mniejsza od prędkości światła w próżni.

Jeżeli na ciało działają siły nierównoważące się, to ciało porusza się ruchem zmiennym.

Przyspieszenie ciała w tym ruchu jest wprost proporcjonalne do działającej na nie siły wypadkowej i odwrotnie proporcjonalne do masy tego ciała.

*Klasyczna
postać
drugiej
zasady
dynamiki*

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_W}{m}$$

Uwagi i wnioski:

1. Na ciało działają siły równoważące się.

$$|\vec{F}_W| = 0$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_W}{m}$$

$$\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow$$

Ciało znajduje się w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym

Pierwsza zasada dynamiki Newtona (zasada bezwładności)

Jest to szczególny przypadek drugiej zasady dynamiki Newtona!

2. Czy w każdym układzie odniesienia zasady dynamiki są prawdziwe?

*Zasady dynamiki Newtona (w wersji znanej z gimnazjum) są spełnione w tzw. **inercjalnych układach odniesienia**.*

*Powierzchnię ziemi można uważać **w przybliżeniu** za inercjalny układ odniesienia.*

Każde ciało, które względem powierzchni ziemi znajduje się w spoczynku lub w ruchu jednostajnym prostoliniowym może być także uważane za inercjalny układ odniesienia.

3. Kiedy ciało porusza się ruchem jednostajnie zmiennym prostoliniowym?

Ruch jednostajnie zmienny prostoliniowy $\implies \vec{a} = \text{const} \neq \vec{0}$

$$\left. \begin{array}{l} m = \text{const} \\ \vec{a} = \frac{\vec{F}_W}{m} \end{array} \right\} \implies \vec{F}_W = \text{const} \neq \vec{0}$$

Na ciało o stałej masie musi działać stała co do wartości, kierunku i zwrotu siła wypadkowa!

$\angle(\vec{v}; \vec{F}_W) = 0^\circ \implies$ *ruch jednostajnie przyspieszony prostoliniowy*

$\angle(\vec{v}; \vec{F}_W) = 180^\circ \implies$ *ruch jednostajnie opóźniony prostoliniowy*

4. Co to znaczy, że ciało ma pewną bezwładność?

Aby zmienić stan ruchu ciała musi na nie podziałać dodatkowa siła.

Miarą bezwładności ciała jest jego masa.



Trudniej zmienić stan ruchu ciała o większej masie!

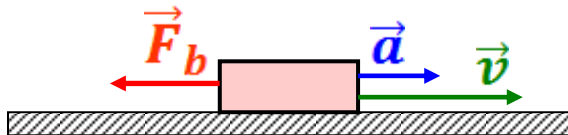
Ciało o większej masie ma większą bezwładność.

5. Jak stosować zasady dynamiki w układach nieinercjalnych?

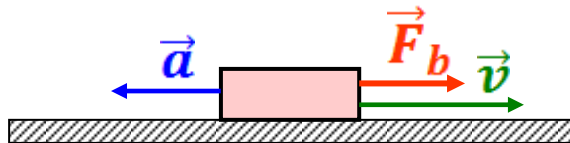
Rozpatrując ruch ciała w **nieinercjalnym układzie odniesienia**, należy do układu **sił rzeczywistych** (mających swoje źródło w postaci jakiegoś ciała materialnego) działających na rozpatrywane ciało, wprowadzić dodatkowo **siłę pozorną** będącą tzw. **siłą bezwładności**.

$$\vec{F}_b = -m \cdot \vec{a} \implies |\vec{F}_b| = m \cdot |\vec{a}|$$

Siła bezwładności w ruchach zmiennych prostoliniowych

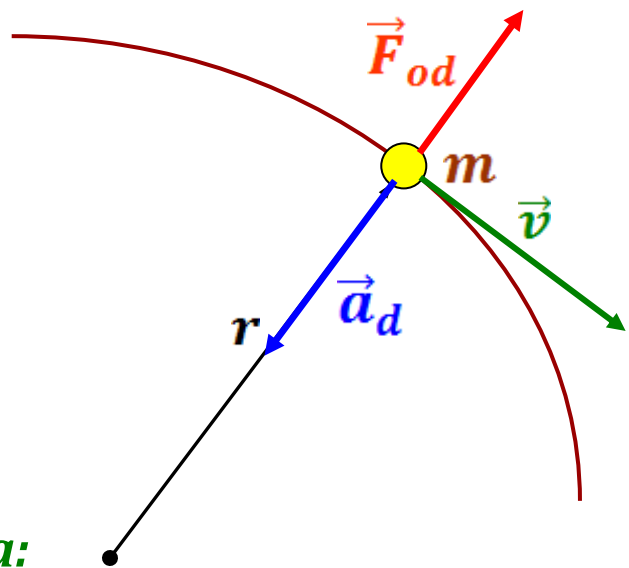


ruch przyspieszony



ruch opóźniony

Siła bezwładności w ruchu jednostajnym po okręgu



\vec{F}_{od} – odśrodkowa siła bezwładności

$$\vec{F}_{od} = -m \cdot \vec{a}_d$$

$$|\vec{F}_{od}| = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

Uwaga:

Obserwator rozpatrujący ruch tego samego ciała w inercjalnym układzie odniesienia (nieruchomym względem powierzchni Ziemi), stwierdzi istnienie **siły dośrodkowej**, która zakrzywia tor ruchu ciała.

Wartość tej siły jest **równa wartości sumy rzutów wektorów wszystkich sił na kierunek promienia okręgu**; jest ona skierowana do środka okręgu.

$$\vec{F}_d = m \cdot \vec{a}_d \quad \longrightarrow \quad |\vec{F}_d| = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad \longrightarrow \quad |\vec{F}_d| = |\vec{F}_{od}|$$

6. Co nazywamy dynamicznym równaniem ruchu i jak się je układa?

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_W}{m} \quad \longrightarrow \quad \underbrace{m \cdot \vec{a} = \vec{F}_W}_{\text{dynamiczne równanie ruchu}}$$

Uwaga:

Jeżeli rozpatrywany ruch jest jednowymiarowy, np. wzdłuż osi **X**, to:

$$m \cdot \vec{a}_x = \vec{F}_{w,x}$$

Dodatknie współrzędne na wybranej osi układu współrzędnych mają siły, których zwroty są zgodne ze zwrotem tej osi !

Jeżeli rozpatrywany ruch jest dwuwymiarowy lub trójwymiarowy, to równania ruchu należy ułożyć dla każdej z osi układu współrzędnych.

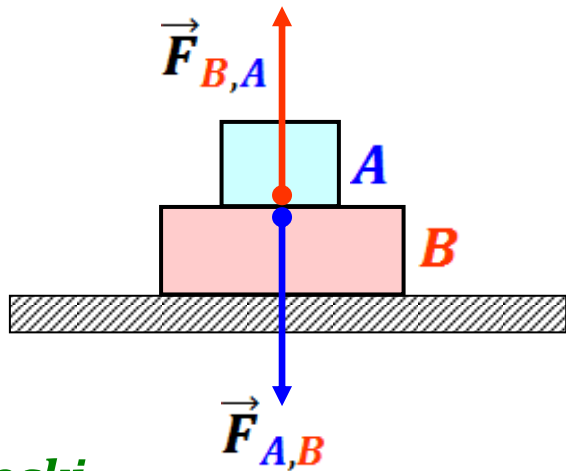
$$m \cdot \vec{a}_x = \vec{F}_{w,x} \quad m \cdot \vec{a}_y = \vec{F}_{w,y} \quad m \cdot \vec{a}_z = \vec{F}_{w,z}$$

Trzecia zasada dynamiki Newtona

Oddziaływania ciał są zawsze wzajemne.

Jeżeli np. ciało A działa z pewną siłą na ciało B, to ciało B działa na ciało A siłą o takim samym kierunku, takiej samej wartości i przeciwnym zwrocie.

Jedna z tych sił jest przyłożona do ciała A, natomiast druga z nich do ciała B.



$\vec{F}_{A,B}$ - siła, z jaką ciało A działa na ciało B.

$\vec{F}_{B,A}$ - siła, z jaką ciało B działa na ciało A.

$$\vec{F}_{A,B} = -\vec{F}_{B,A}$$

Ale:

$$|\vec{F}_{A,B}| = |\vec{F}_{B,A}|$$

Wnioski:

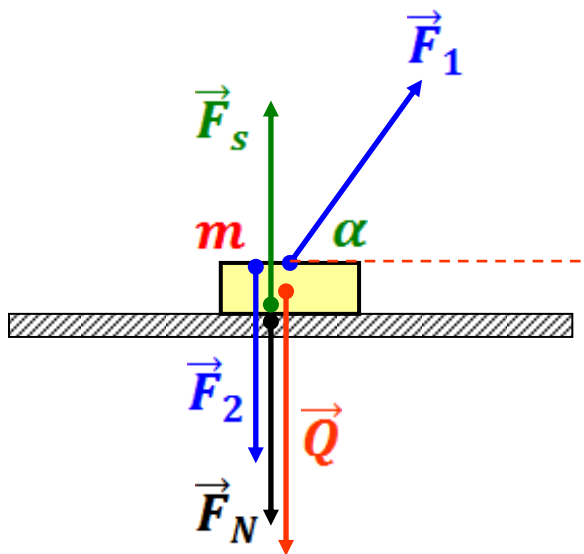
Nieemożliwe jest istnienie w przyrodzie tylko jednej siły.

Obie siły się nierównoważą, gdyż jedna z nich jest przyłożona do ciała A, natomiast druga do ciała B.

Jak, korzystając z zasad dynamiki, można obliczyć wartość siły nacisku ciała na podłoże?

Założenie:

Na ciało o stałej masie m , mogące się poruszać po poziomej powierzchni, działa układ sił pokazanych na rysunku. Siły tarcia są pomijalnie małe.



Dorysuj brakujące siły działające na ciało oraz siłę nacisku ciała na podłoże.

\vec{Q} - ciężar ciała $Q = m \cdot g$

Jego wartość jest w przybliżeniu równa sile grawitacji działającej na ciało!

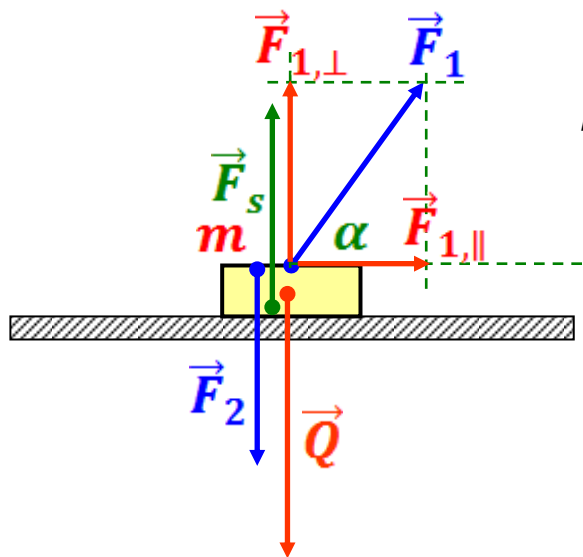
\vec{F}_s - siła sprężystości (reakcji) podłoża

\vec{F}_N - siła nacisku ciała na podłoże

$$\text{Z III ZDN: } \vec{F}_N = -\vec{F}_s \implies |\vec{F}_N| = |\vec{F}_s|$$

Wniosek: aby obliczyć wartość siły nacisku ciała na podłoże, należy najpierw obliczyć wartość siły sprężystości podłoża.

Jak, korzystając z zasad dynamiki, można obliczyć wartość siły sprężystości podłoża?



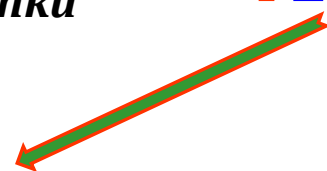
Kierunek prostopadły do podłoża



Ciało znajduje się w spoczynku



I ZDN



Siły działające na ciało na tym kierunku się równoważą!

$$\vec{F}_{w,\perp} = \vec{0}$$

Uwaga: siły, których kierunki działania nie są ani równoległe, ani prostopadłe do podłoża, należy rozłożyć na składowe na tych kierunkach.

Kierunek prostopadły do podłoża: $\vec{F}_{w,\perp} = \vec{F}_{1,\perp} + \vec{F}_s + \vec{F}_2 + \vec{Q} = \vec{0}$

Stąd:

$$|\vec{F}_{1,\perp}| + |\vec{F}_s| - |\vec{F}_2| - |\vec{Q}| = 0 \implies |\vec{F}_s| = |\vec{F}_2| + |\vec{Q}| - |\vec{F}_{1,\perp}|$$

Skutki działania sił tarcia

Pozytywne

- *umożliwiają hamowanie*
- *umożliwiają ruszanie z miejsca*
- *umożliwiają chodzenie, pisanie, trzymanie przedmiotów itp.*

Negatywne

- *zużywanie się trących o siebie części np. maszyn*
- *powodują straty energii, nagrzewanie się trących o siebie powierzchni itp.*

Klasyfikacja sił tarcia

```
graph TD; A["Klasyfikacja sił tarcia"] --> B["Tarcie statyczne"]; A --> C["Tarcie kinetyczne"]; C --> D["Tarcie poślizgowe"]; C --> E["Tarcie toczne"];
```

*Tarcie
statyczne*

*Tarcie
kinetyczne*

*Tarcie
poślizgowe*

*Tarcie
toczne*

Od czego zależy wartość siły tarcia?

- jest wprost proporcjonalna do siły nacisku ciała na podłoże,
- jest zależna od rodzaju stykających się powierzchni,
- jest zależna od chropowatości stykających się powierzchni,
- jest zależna od temperatury stykających się powierzchni,

Zależności te ujmuje tzw. **współczynnik tarcia** f

$$F_T = f \cdot F_N$$

W przypadku ciała nieruchomego:

$$F_{T,s,max} = f_s \cdot F_N$$

W przypadku ciała ruchomego:

$$F_{T,k} = f_k \cdot F_N$$

$$f_k < f_s$$

Co nazywamy pędem ciała?

Jest to wielkość **wektorowa**, definiowana jako iloczyn masy ciała i jego prędkości.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \quad \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Co nazywamy pędem pewnego układu ciał?

Jest to wielkość **wektorowa**, definiowana jako suma wektorów pędów poszczególnych ciał w tym układzie.

$$\vec{p}_c = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n$$

Ogólna postać II zasady dynamiki Newtona

$$\left. \begin{aligned} \vec{a} &= \frac{\vec{F}_w}{m} \\ \vec{a} &= \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\longrightarrow \frac{\vec{F}_w}{m} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \longrightarrow \vec{F}_w \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v} \\ &\longrightarrow \vec{F}_w \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v} \end{aligned}$$

Stąd:

$$\vec{F}_w \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}$$

$$\vec{F}_w = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

Szybkość zmian pędu ciała jest równa sile wypadkowej (średniej) działającej na ciało – uogólniona postać II zasady dynamiki Newtona.

$$\vec{F}_w \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v}$$

$$\vec{F}_w \cdot \Delta t = m \cdot \vec{v} - m \cdot \vec{v}_0$$

$$\underbrace{\vec{F}_w \cdot \Delta t}_{\text{Popęd siły wypadkowej}} = \underbrace{\vec{p} - \vec{p}_0}_{\Delta \vec{p}}$$

Popęd siły
wypadkowej

$\Delta \vec{p}$
Przyrost (zmiana)
pędu ciała

Zasada zachowania pędu ciała

$$\left. \begin{array}{l} \vec{F}_w = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \\ \vec{F}_w = \mathbf{0} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \mathbf{0} \Rightarrow \Delta \vec{p} = \mathbf{0} \Rightarrow \vec{p} = \text{const}$$

Jeżeli – w inercyjnym układzie odniesienia - na ciało nie działają żadne siły zewnętrzne lub takie, które się równoważą, to pęd tego ciała (układu ciał) pozostaje stały (nie zmienia się) – zasada zachowania pędu.

Alternatywna postać I zasady dynamiki Newtona!

Uwaga:

Jeśli: $\Delta t \rightarrow 0$

to uogólnioną postać II zasady dynamiki Newtona można przedstawić następująco:

pochodna zmian pędu ciała względem czasu jest równa sile wypadkowej (średniej) działającej na ciało.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_w$$

Dla ciał o stałej masie: $m = \text{const}$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a}$$

Stąd:

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}_w \implies \vec{a} = \frac{\vec{F}_w}{m}$$

Klasyczna postać II zasady dynamiki Newtona!

***Wiadomo, że taki a taki pomysł
jest nie do zrealizowania.***

***Ale żyje sobie gdzieś jakiś
nieuk, który o tym nie wie.***

***I on właśnie dokonuje
tego wynalazku!***

Albert Einstein