

Kinematyka z wykorzystaniem pochodnych.

Ćwiczenia

1. W pewnym ruchu punktu materialnego, zależność wartości współrzędnej jego położenia od czasu trwania ruchu opisuje zależność:

$$\mathbf{r}(t) = t^3 + 2 \cdot t + 5 \text{ m}$$

Znaleźć:

- wartość prędkości początkowej ciała,
- zależność współrzędnej przyspieszenia ciała od czasu,

2. W pewnym ruchu zależność współrzędnej prędkości ciała od czasu opisywała zależność:

$$\mathbf{v}(t) = t^2 - 8 \cdot t + 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Określ dla jakiego t wartość tej współrzędnej ma ekstremum. Czy to współrzędna prędkości maksymalnej czy minimalnej? Jakim ruchem poruszało się ciało?

3. Zależność zmian położenia ciała od czasu (poruszającego się po linii prostej wzdłuż osi X) opisuje równanie:

$$\mathbf{x}(t) = 2 + 10t - t^2 \text{ m}$$

Określ, jakim ruchem poruszało się ciało. Po której sekundzie ruchu odległość ciała od punktu odniesienia (początku układu współrzędnych) miała współrzędną o maksymalnej wartości dodatniej?

4. Współrzędne wektora promienia wodzącego pewnego ciała mają postać:

$$\vec{\mathbf{r}}(t) = [2 \cdot t; -t^2; 1]$$

Znaleźć:

- wartość wektora położenia ciała w chwili $t = 3$ s,
- współrzędne wektora położenia ciała w chwilach $t_1 = 1$ s i $t_2 = 2$ s,
- wartość przemieszczenia ciała między chwilami t_1 i t_2 ,
- współrzędne wektora prędkości ciała w chwilach $t_3 = 0$ s i $t_4 = 2$ s,
- wartość przyrostu prędkości ciała między chwilami t_3 i t_4 ,
- współrzędne wektora przyspieszenia ciała w chwili $t_5 = 4$ s oraz wartość przyspieszenia w tej chwili.

5. Równania ruchu pewnego ciała mają postać: $\mathbf{x}(t) = 2 \cdot t$ [m], $\mathbf{y}(t) = 0,5 \cdot t^2$ [m]. Znaleźć:

- równanie toru tego ciała (po torze o jakim kształcie poruszało się ciało?),
- wartość prędkości ciała dla chwili $t_1 = 4$ s,
- wartość przyspieszenia wypadkowego ciała dla chwili $t_2 = 2$ s,

6. Mając dane wektory położenia dwóch ciał A i B:

$$\vec{\mathbf{r}}_A(t) = 2 \cdot t \cdot \vec{i} - t^2 \cdot \vec{j} + 3 \cdot \vec{k} \text{ [m]} \quad \vec{\mathbf{r}}_B(t) = 2 \cdot \vec{i} - 3 \cdot t \cdot \vec{j} + 3 \cdot t^2 \cdot \vec{k} \text{ [m]}$$

oblicz:

- wartości wektorów położenia obu ciał w chwili $t_1 = 2$ s,
- współrzędne wektorów prędkości obu ciał w chwili $t_2 = 4$ s,
- wartość prędkości względnej ciała A względem B w chwili t_2 ,
- współrzędne wektorów przyspieszeń obu ciał w chwili $t_3 = 1$ s,
- wartość przyspieszenia względnego ciała B względem A w chwili t_3 .