

Wyznaczanie współczynnika sztywności zastępczej układu sprężyn

Wprowadzenie

W przypadku układu kilku sprężyn ze sobą połączonych, można mu przypisać tzw. współczynnik sztywności zastępczej k_z . W skrajnych przypadkach sprężyny mogą być ze sobą połączone szeregowo lub równolegle (w przypadkach pośrednich mamy do czynienia z tzw. połączeniem mieszanym).

Przy połączeniu szeregowym, odwrotność współczynnika sztywności zastępczej jest sumą odwrotności współczynników sztywności poszczególnych sprężyn w tym połączeniu, tzn.:

$$\frac{1}{k_{z,sz}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n} \Rightarrow k_{z,sz} = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n}}$$

Natomiast przy połączeniu równoległym współczynnik sztywności zastępczej jest sumą współczynników sztywności poszczególnych sprężyn w tym połączeniu, tzn.:

$$k_{z,r} = k_1 + k_2 + \dots + k_n$$

Przebieg ćwiczenia.

Badanie układu sprężyn połączonych szeregowo.

1. Zanotuj wartości współczynników sztywności sprężyn podane przez producenta (sprężyn otrzymanych od prowadzącego ćwiczenia).
2. Połącz sprężyny ze sobą szeregowo, zawieś na statywie i obciąż niewielką masą.
3. Wychyl układ sprężyn (o około 2 ÷ 3 cm) z położenia równowagi i zmierz stoperem czas 10 pełnych drgań układu sprężyn. Pomiarów czasów drgań (dla danej masy obciążnika) powtórz 5 razy.
4. Zwiększ masę obciążników i powtórz czynności wymienione w punkcie 2.
5. Zbadaj połączenie szeregowo dla 5 ÷ 6 różnych mas obciążników. Wyniki pomiarów zestaw w tabelce.

Badanie układu sprężyn połączonych równolegle.

1. Połącz sprężyny ze sobą równolegle, zawieś na statywie i obciąż niewielką masą.
2. Wychyl układ sprężyn (o około 2 ÷ 3 cm) z położenia równowagi i zmierz stoperem czas 10 pełnych drgań układu sprężyn. Pomiarów czasów drgań (dla danej masy obciążnika) powtórz 5 razy.
3. Zwiększ masę obciążnika i powtórz czynności wymienione w punkcie 2.
4. Zbadaj połączenie równoległe dla 5 ÷ 6 różnych mas obciążników. Wyniki pomiarów zestaw w tabelce.

Opracowanie wyników pomiarów.

1. Mając obliczone średnie wartości współczynników sztywności badanych sprężyn, oblicz teoretyczną wartość współczynnika sztywności zastępczej połączenia szeregowego:

$$\frac{1}{k_{z,sz}^{(t)}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

2. Na podstawie przeprowadzonych pomiarów okresów drgań układu sprężyn, oblicz współczynnik sztywności zastępczej badanego układu dla każdej z użytych mas obciążników:

$$k_{z,sz,i}^{(d)} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot m_i}{T_{sz,i}^2}$$

3. Oblicz średnią wartość współczynnika sztywności zastępczej badanego układu sprężyn $k_{z,sz,śr}^{(d)}$.

4. Porównaj obliczoną (na podstawie pomiarów okresu drgań) wartość współczynnika sztywności $k_{z,sz,śr}^{(d)}$ z wartością wyznaczoną z wzoru teoretycznego $k_{z,sz}^{(t)}$.

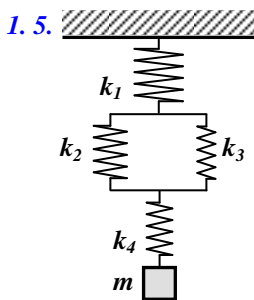
5. Oblicz wartość maksymalnej niepewności bezwzględnej dla dowolnego z pomiarów $k_{z,sz,i}^{(d)}$.

6. Powtórz czynności wymienione w punktach 1 ÷ 6 dla połączenia równoległego sprężyn. Podczas obliczeń użyj następujące wzory:

$$k_{z,r} = k_1 + k_2$$

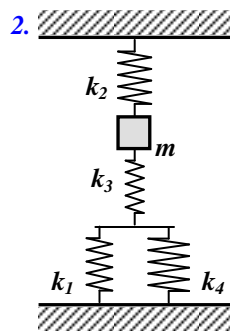
$$k_{z,r,i}^{(d)} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot m_i}{T_{r,i}^2}$$

7. Wyprowadź wzór na częstotliwość drgań masy m , dla przypadku odpowiadającemu numerowi twojej grupy laboratoryjnej.



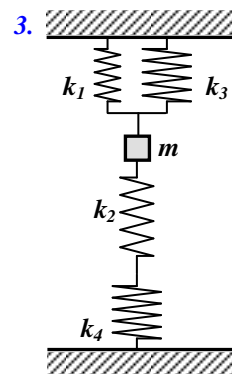
$$k_1 = \frac{1}{4} \cdot k \quad k_2 = \frac{1}{2} \cdot k$$

$$k_3 = 3 \cdot k \quad k_4 = k$$



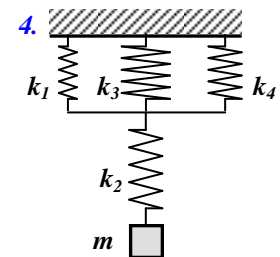
$$k_1 = \frac{1}{2} \cdot k \quad k_2 = \frac{1}{3} \cdot k$$

$$k_3 = 2 \cdot k \quad k_4 = k$$



$$k_1 = \frac{1}{2} \cdot k \quad k_2 = \frac{3}{2} \cdot k$$

$$k_3 = \frac{1}{2} \cdot k \quad k_4 = 2 \cdot k$$



$$k_1 = \frac{1}{2} \cdot k \quad k_2 = \frac{3}{2} \cdot k$$

$$k_4 = 2 \cdot k \quad k_3 = \frac{1}{2} \cdot k$$

Pojęcia kluczowe

- Ruch harmoniczny prosty- zależności $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$, $F(t)$, $E_p(t)$, $E_k(t)$, $E(t)$
- Okres drgań obciążonej sprężyny
- Współczynnik sztywności pojedynczej sprężyny i układu sprężyn.

Tabela 1. Pomiary i obliczenia
Wyznaczenie współczynnika sztywności zastępczej połączenia szeregowego sprężyn.

Numer pomiaru	Masa obciążnika		Zmierzony czas 10 pełnych drgań badanego układu sprężyn dla i -tej masy obciążnika	Średni zmierzony czas 10 pełnych drgań badanego układu sprężyn dla i -tej masy obciążnika	Zmierzony średni okres drgań badanego układu sprężyn dla i -tej masy obciążnika	Obliczona wartość współczynnika sztywności zastępczej badanego układu sprężyn dla i -tej masy obciążnika	Średnia wartość współczynnika sztywności zastępczej badanego układu sprężyn
	m_i						
i	m_i		$t_{i,j,10}$	$t_{i,10,sz}$	$T_{i,sz}$	$k_{z,sz,i}$	$k_{z,sz,śr}$
$[-]$	$[g]$	$[kg]$	$[s]$	$[s]$	$[s]$	$[N/m]$	$[N/m]$
1.			$j = 1$				
			$j = 2$				
			$j = 3$				
			$j = 4$				
			$j = 5$				
2.			$j = 1$				
			$j = 2$				
			$j = 3$				
			$j = 4$				
			$j = 5$				
3.			$j = 1$				
			$j = 2$				
			$j = 3$				
			$j = 4$				
			$j = 5$				
4.			$j = 1$				
			$j = 2$				
			$j = 3$				
			$j = 4$				
			$j = 5$				
5.			$j = 1$				
			$j = 2$				
			$j = 3$				
			$j = 4$				
			$j = 5$				
6.			$j = 1$				
			$j = 2$				
			$j = 3$				
			$j = 4$				
			$j = 5$				

Tabela 2. Pomiaru i obliczenia
Wyznaczenie współczynnika sztywności zastępczej
połączenia równoległego sprężyn.

Numer pomiaru	Masa obciążnika		Zmierzony czas 10 pełnych drgań badanego układu sprężyn dla i-tej masy obciążnika	Średni zmierzony czas 10 pełnych drgań badanego układu sprężyn dla i-tej masy obciążnika	Zmierzony średni okres drgań badanego układu sprężyn dla i-tej masy obciążnika	Obliczona wartość współczynnika sztywności zastępczej badanego układu sprężyn dla i-tej masy obciążnika	Średnia wartość współczynnika sztywności zastępczej badanego układu sprężyn
	m_i						
i	m_i		$t_{i,j,10}$	$t_{i,10,r}$	$T_{i,r}$	$k_{z,r,i}$	$k_{z,r,śr}$
[-]	[g]	[kg]	[s]	[s]	[s]	[N/m]	[N/m]
1.			$j = 1$				
			$j = 2$				
			$j = 3$				
			$j = 4$				
			$j = 5$				
2.			$j = 1$				
			$j = 2$				
			$j = 3$				
			$j = 4$				
			$j = 5$				
3.			$j = 1$				
			$j = 2$				
			$j = 3$				
			$j = 4$				
			$j = 5$				
4.			$j = 1$				
			$j = 2$				
			$j = 3$				
			$j = 4$				
			$j = 5$				
5.			$j = 1$				
			$j = 2$				
			$j = 3$				
			$j = 4$				
			$j = 5$				
6.			$j = 1$				
			$j = 2$				
			$j = 3$				
			$j = 4$				
			$j = 5$				