

# Wyznaczanie przyspieszenia ziemskiego za pomocą wahadła matematycznego.

## Wprowadzenie

**Wahadło matematyczne** – masa punktowa zawieszona na nierozciągliwej, nieważkiej nici. Dla niewielkich kątów wychylenia z położenia równowagi ( $\alpha < 20^\circ$ ), okres drgań takiego wahadła opisuje z wystarczającą dokładnością wzór:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

gdzie :

$l$  – długość wahadła [m],

$g$  – przyspieszenie ziemskie [m/s<sup>2</sup>]

Mierząc długość wahadła oraz okres jego drgań, można powyższy wzór wykorzystać do wyznaczenia wartości przyspieszenia ziemskiego. Po prostych przekształceniach otrzymuje się:

$$g = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot l}{T^2}$$

## Przebieg ćwiczenia.

1. Ustaw możliwie największą długość wahadła i zmierz jego długość.
2. Wychyl wahadło o niewielki kąt z położenia równowagi ( $15^\circ \div 20^\circ$ ) i puść swobodnie. Zmierz czas 10 pełnych drgań wahadła (zannotuj zmierzony czas w tabelce). Dla danej długości wahadła powtórz te pomiary pięciokrotnie.
3. Zmień długość wahadła o około ( $5 \div 10$ ) cm. Powtórz czynności wymienione w punktach 1 ÷ 2. Wyżej wymienione czynności wykonaj dla 7 różnych długości wahadła.

## Opracowanie wyników pomiarów.

1. Oblicz uśredniony okres drgań  $T_{i,śr}$  wahadła dla  $i$ -tej jego długości.
2. Oblicz wartość przyspieszenia ziemskiego dla każdej z badanych długości wahadła. Posłuż się wzorem:

$$g_i = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot l_i}{T_{i,śr}^2}$$

3. Porównaj otrzymane wartości z wartością  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  (oblicz procentowe odchylenia wartości zmierzonych doświadczalnie od wartości przyjętej za „dokładną”).
4. Dla każdej z długości wahadła matematycznego oblicz wartość maksymalnej niepewności pomiaru przyspieszenia ziemskiego. Zapisz poprawnie wynik każdego pomiaru wraz z jego niepewnością.

5. Wzór wyjściowy może być zapisany w postaci:

$$4 \cdot \pi^2 \cdot l = g \cdot T^2$$

Przyjmując, że:

$$y = 4 \cdot \pi^2 \cdot l \quad a = g \quad x = T^2$$

Otrzymuje się równanie prostej:

$$y = a \cdot x$$

Rolę współczynnika kierunkowego prostej pełni przyspieszenie ziemskie. Za pomocą regresji liniowej wyznacz wartość przyspieszenia ziemskiego oraz wartość jego niepewności.

6. Sporządź wykres przedstawiający zależność okresu drgań wahadła od jego długości.

7. Rozwiąż zadanie rachunkowe o numerze odpowiadającym numerowi twojej grupy laboratoryjnej.

1. Wahadło matematyczne o długości 2,5 metra znajduje się w windzie mogącej się poruszać na kierunku pionowym. O ile procent zmieni się częstotliwość drgań wahadła, jeżeli winda będzie się poruszać pionowo w dół ruchem jednostajnie opóźnionym a wartość tego opóźnienia stanowi 10% wartości przyspieszenia ziemskiego ( $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ ).
2. Kulkę o masie 100 gramów zawieszono na cienkiej nici o długości 2 metry. Powstałe w ten sposób wahadło matematyczne wychylono z położenia równowagi o kąt  $60^\circ$  i puszczono swobodnie. Oblicz wartość siły naciągu nici podczas przechodzenia kulki przez położenie równowagi.
3. Wahadło matematyczne o długości 1 metr umieszczono w wagonie kolejowym poruszającym się po poziomym torze. Oblicz wartość przyspieszenia z jakim poruszał się wagon, jeżeli okres drgań tego wahadła wyniósł 1,7 sekundy?
4. O ile procent zmieniłaby się częstotliwość drgań wahadła matematycznego, gdyby jego długość wzrosła o 20% a wartość przyspieszenia ziemskiego zmalałaby o 30 procent?
5. Kulka stalowa (wahadło matematyczne) wykonuje niewielkie drgania harmoniczne o okresie  $T$  i amplitudzie  $A$ . W chwili początkowej jej wychylenie z położenia równowagi wynosiło zero a prędkość początkowa  $v_0$ . Napisz równania: zależności wychylenia z położenia równowagi od czasu, zależności prędkości kulki od czasu i na jego podstawie oblicz wartość prędkości kulki po upływie czasu równego połowie okresu drgań.

### Pojęcia kluczowe

- Ruch harmoniczny prosty – zależności  $x(t)$ ,  $v(t)$ ,  $a(t)$ ,  $F(t)$ ,  $E_p(t)$ ,  $E_k(t)$ ,  $E(t)$
- Wahadło matematyczne a wahadło fizyczne – okresy drgań
- Przyspieszenie ziemskie i metody jego wyznaczania

Tabela. Wyznaczanie przyspieszenia ziemskiego za pomocą wahadła matematycznego.

Numer użytego wahadła	Długość użytego wahadła	Zmierzony czas 10 pełnych drgań wahadła	Średni zmierzony czas 10 pełnych drgań użytego wahadła	Zmierzony średni okres drgań użytego wahadła	Obliczona wartość przyspieszenia ziemskiego	Odchylenie wartości zmierzonej doświadczalnie od wartości przyjętej za "dokładną"
$i$	$l_i$	$t_{ij}$	$t_{i,śr}$	$T_{i,śr}$	$g_i$	$\varepsilon_i$
$[-]$	$[m]$	$[s]$	$[s]$	$[s]$	$[m/s^2]$	$[\%]$
1.		$j = 1$				
		$j = 2$				
		$j = 3$				
		$j = 4$				
		$j = 5$				
2.		$j = 1$				
		$j = 2$				
		$j = 3$				
		$j = 4$				
		$j = 5$				
3.		$j = 1$				
		$j = 2$				
		$j = 3$				
		$j = 4$				
		$j = 5$				
4.		$j = 1$				
		$j = 2$				
		$j = 3$				
		$j = 4$				
		$j = 5$				
5.		$j = 1$				
		$j = 2$				
		$j = 3$				
		$j = 4$				
		$j = 5$				
6.		$j = 1$				
		$j = 2$				
		$j = 3$				
		$j = 4$				
		$j = 5$				
7.		$j = 1$				
		$j = 2$				
		$j = 3$				
		$j = 4$				
		$j = 5$				