

Doświadczalne wyznaczanie współczynnika sztywności (sprężystości) sprężyny

Wprowadzenie

Wartość współczynnika sztywności użytej sprężyny można wyznaczyć z dużą dokładnością metodą statyczną. W tym celu należy zawiesić pionowo sprężynę i najpierw zmierzyć jej długość początkową (bez obciążenia, liczoną od punktu zawieszenia do jej swobodnego końca) l_0 . Po jej obciążeniu obciążnikiem o znanej masie m_i , jej długość (mierzona między tymi samymi punktami układu, jak przy pomiarze wartości l_0) wzrośnie do l_i . Jeżeli sprężyna była nieruchoma, to ciężar obciążnika Q_i był równoważony przez siłę sprężystości $F_{s,i}$ (zgodnie z pierwszą zasadą dynamiki Newtona). Prawdziwa jest zatem zależność:

$$F_{s,i} = Q_i$$

Wartość ciężaru obciążnika można obliczyć wprost z zależności:

$$Q_i = m_i \cdot g$$

gdzie g jest wartością przyspieszenia ziemskiego ($g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$).

Po doświadczalnym zbadaniu zależności wydłużenia sprężyny od wartości siły ją rozciągającej (tzn. ciężaru obciążników), można się przekonać, że są to wartości do siebie wprost proporcjonalne.

$$F_i = Q_i \sim |\Delta l_i|$$

Wynika stąd, że również wartość siły sprężystości jest wprost proporcjonalna do wydłużenia sprężyny (licząc to wydłużenie od położenia, gdy była ona nieobciążona). Zatem wartość tej siły można wyrazić następująco:

$$F_{s,i} = k \cdot \Delta l_i = k \cdot |l_i - l_0|$$

Współczynnik proporcjonalności k jest nazywany współczynnikiem sprężystości (sztywności) sprężyny. Jego wartość zależy od liczby zwojów sprężyny, średnicy zwoju, rodzaju materiału, z której wykonano sprężynę i średnicy drutu.

Podstawiając zależności wyrażające siłę sprężystości i siłę rozciągającą sprężynę do związku wynikającego z pierwszej zasady dynamiki, otrzymuje się zależność wyznaczyć szukaną wartość współczynnika sztywności sprężyny:

$$k = \frac{m_i \cdot g}{|l_i - l_0|}$$

Ponieważ pomiar taki jest obarczony pewną niepewnością, to w celu jej zminimalizowania należy wyznaczyć wartość tego współczynnika dla kilku różnych mas, a następnie obliczyć jego wartość średnią oraz maksymalną niepewność średniej arytmetycznej.

Pomiary i obliczenia

1. Odczytaj położenie końca nieobciążonej badanej sprężyny (punktem odniesienia jest grot "strzałki" zamocowanej do końca sprężyny. Zanotuj tę wartość w tabeli nr 1, dla wszystkich sześciu użytych mas obciążników.
2. Dla kolejnych zadanych mas obciążników odczytaj położenie końca obciążonej badanej sprężyny. Zanotuj te wartości w tabeli nr 1 dla wszystkich sześciu mas użytych obciążników.
3. Oblicz wartości ciężarów użytych obciążników (do drugiego miejsca po przecinku), przyjmując, że:

$$g \cong (9,8 \pm 0,02) \frac{m}{s^2}$$

Wartości ciężarów obciążników zapisz w odpowiednim miejscu w tabeli 1.

4. Oblicz wartości wydłużeń sprężyny odpowiadających odpowiednim ciężarom obciążników dla każdej z badanych sprężyn. Wartości te zapisz w odpowiednim miejscu w tabeli 1.
5. Przepisz wartości użytych ciężarów obciążników i odpowiadających im wydłużeń sprężyny do tabeli nr 2.
6. Dla każdej z użytych sprężyn i dla każdego ciężaru obciążnika oblicz wartość współczynnika sztywności (sprężystości) badanej sprężyny. Wartości te zaokrąglaj do drugiego miejsca po przecinku. Wynik zapisz w odpowiednim miejscu w tabeli nr 2.
7. Oblicz wartość średnią współczynnika sztywności badanej sprężyny oraz wartość jego maksymalnej niepewności bezwzględnej. (patrz: **NT. Niepewność pomiaru bezpośredniego**). Zapisz wynik końcowy (patrz: **NT. Zasady zaokrąglania wyników pomiarów i ich niepewności**).
8. Narysuj wykres zależności wartości wydłużenia badanej sprężyny od wartości siły ją rozciągającej (ciężaru obciążników). Zaznacz prostokąty niepewności pomiarowych. Przyjmij, że:

$$\Delta u(F) = \Delta u(Q_i) = Q_i \cdot \left\{ \frac{\Delta u(m_i)}{m_i} + \frac{\Delta u(g)}{g} \right\}$$

$$\Delta u(m_i) = 2\% \cdot m_i$$

9. Poprowadź prostą najlepszego dopasowania przez naniesione prostokąty niepewności. Oblicz (na podstawie narysowanej prostej najlepszego dopasowania) współczynnik kierunkowy tej prostej (patrz: **NT. Dopasowanie prostej do wyników pomiarów**). Ustal sens fizyczny tego współczynnika.

- 10.** Oblicz, za pomocą metody graficznej, wartość maksymalnej niepewności bezwzględnej pomiaru współczynnika kierunkowego prostej. Zaokrąglij otrzymaną wartość (patrz: *NT. Dopasowanie prostej do wyników pomiarów, NT. Zasady zaokrąglania wyników pomiarów i ich niepewności*).
- 11.** Sprawdź, czy otrzymane przedziały wartości współczynników sztywności badanych sprężyn, otrzymane w punktach 7 i 10 pokrywają się ze sobą (mają wspólną część). Co z tego wynika?
- 12.** Oblicz wartości niepewności względnych wyznaczonych doświadczalnie współczynników sztywności badanych sprężyn.
- 13.** Sformułuj następujące wnioski:
- a.** Pomiar której z wielkości fizycznych należałoby przede wszystkim poprawić, aby zmniejszyć wartość niepewności bezwzględnej pomiaru współczynnika sztywności badanych sprężyn?
 - b.** *Oblicz wartość współczynnika korelacji pomiędzy wydłużeniem sprężyny a siłą ją rozciągającą. Co wynika z wartości tego współczynnika?
 - c.** Czy zależność pomiędzy wydłużeniem badanych sprężyn a siłą je rozciągających jest liniowa?
 - d.** Która z badanych sprężyn miała większą wartość współczynnika sztywności?
 - e.** Ile teoretycznie powinna wynieść wartość wydłużenia każdej z badanych sprężyn, gdyby użyto obciążnika o masie 1 kilogram?
 - f.** Oblicz wartość pracy jaką należy wykonać, aby każdą z badanych sprężyn rozciągnąć o 20 cm.

Tabela 1. Badanie zależności wydłużenia sprężyny od wartości siły ją rozciągającej.

Numer pomiaru	Masa obciążników		Siła rozciągająca sprężynę (ciężar obciążników)	Położenie końca nieobciążonej sprężyny	Położenie końca sprężyny po jej obciążeniu	Wydłużenie sprężyny po jej obciążeniu	
	i	m_i	$Q_i = m_i \cdot g$	l_0	l_i	$\Delta l_i = l_i - l_0$	
Numer użytej sprężyny	---	g kg	N	mm	mm	mm	m
1	1.						
	2.						
	3.						
	4.						
	5.						
	6.						
2	1.						
	2.						
	3.						
	4.						
	5.						
	6.						

Tabela 2. Wyznaczenie współczynnika sztywności badanych sprężyn.

	Numer pomiaru	Siła rozciągająca sprężynę (ciężar obciążników)	Wydłużenie sprężyny po jej obciążeniu		Obliczona wartość współczynnika sztywności	Średnia wartość wyznaczonego współczynnika sztywności
Numer użytej sprężyny	<i>i</i>	$Q_i = m_i \cdot g$	$\Delta l_i = l_i - l_o$		$k_i = \frac{Q_i}{\Delta l_i}$	k_{sr}
	---	N	mm	m	N/m	N/m
1	1.					
	2.					
	3.					
	4.					
	5.					
	6.					
2	1.					
	2.					
	3.					
	4.					
	5.					
	6.					