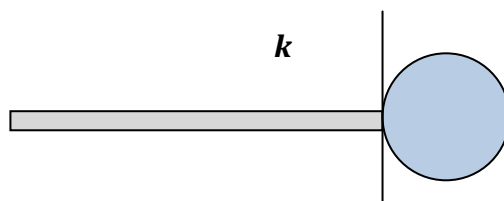


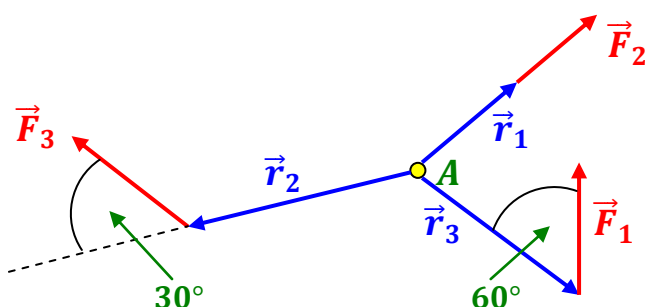
Bryła sztywna

Ćwiczenia

1. Koło zamachowe wiruje wokół poziomej osi przechodzącej przez jego środek ciężkości. W ciągu każdych **10 sekund** wykonuje ono **120 obrotów**. Oblicz wartość momentu bezwładności koła względem osi obrotu, jeżeli energia kinetyczna ruchu obrotowego koła wynosiła **400 dżuli**.
2. Bryła sztywna składa się z jednorodnego pręta o stałym przekroju (o masie $m_p = 0,5 \text{ kg}$ i długości $l = 0,6 \text{ m}$) oraz przyspawanej do niego jednorodnej kuli (o masie $m_k = 4 \text{ kg}$ i promieniu $r = 10 \text{ cm}$). Oblicz wartość momentu bezwładności całej bryły względem osi k pokazanej na rysunku.



3. W pewnej chwili wartość energii kinetycznej ruchu obrotowego bryły sztywnej wynosiła **200 dżuli**, natomiast wartość jej prędkości kątowej 4 s^{-1} . Oblicz wartość momentu pędu bryły względem tej samej osi obrotu.
4. Oblicz wartość wypadkowego momentu układu sił pokazanego na rysunku, względem punktu A .

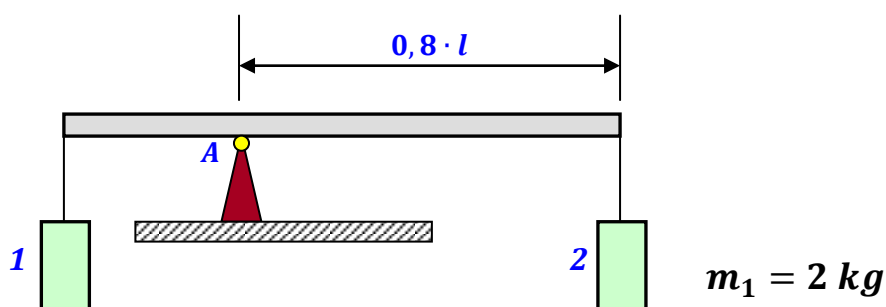


$$r_1 = 20 \text{ cm} \quad F_1 = 20 \text{ N}$$

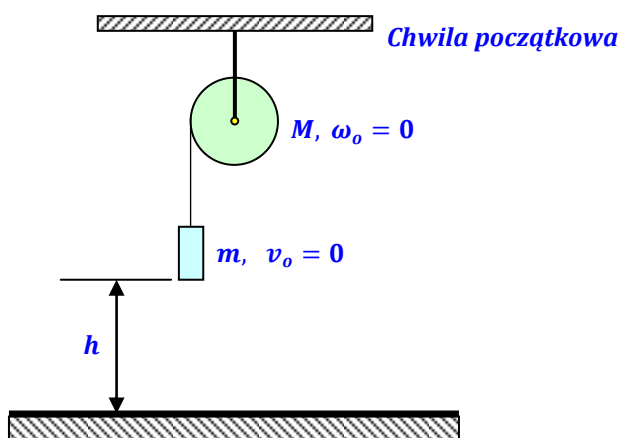
$$r_2 = 80 \text{ cm} \quad F_2 = 30 \text{ N}$$

$$r_3 = 60 \text{ cm} \quad F_3 = 40 \text{ N}$$

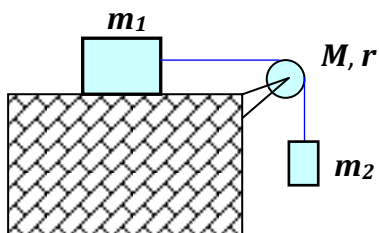
5. Jednorodna, sztywna belka o stałym przekroju (o długości całkowitej $l = 2 \text{ metry}$ i masie $m = 8 \text{ kg}$) po podparciu w punkcie A i obciążeniu ciężarkami (patrz rysunek) znajduje się w stanie równowagi. Oblicz wartość masy ciężarka **2**. [2,5 pkt.]



6. W pewnej chwili na jednorodnej tarczy (o pewnym promieniu) wirującej swobodnie w płaszczyźnie poziomej ze stałą prędkością kątową ω_1 usiadł żuczek (na osi obrotu tej tarczy). Po pewnym czasie żuczek przeszedł na odległość równą połowie jej promienia od jej środka i tam się zatrzymał. Wyprowadź wzór na wartość zmiany prędkości kątowej tarczy, jeżeli masa tarczy wynosiła M , natomiast masa żuczka m .
7. Na jednorodnym walcu o masie M i pewnym promieniu, nawinięto długi cienki sznurek, na końcu którego zamocowano obciążnik o masie m . Walec może się obracać swobodnie wokół osi przechodzącej przez jego oś wzdłużną. W chwili początkowej obciążnik był unieruchomiony. Po zwolnieniu obciążnika uderzył on o podłoże osiągając przebywając przy tym odległość h . Wyprowadź wzór na czas t , po upływie którego uderzył o podłoże (licząc od chwili początkowej).



8. Jednorodna kula (o masie 7 kg i pewnym promieniu) stacza się bez poślizgu z równi pochyłej o kącie nachylenia 30° . Oblicz wartość siły tarcia występującej pomiędzy powierzchnią równi pochyłej a powierzchnią staczającą się kuli. Ile musiała wynosić minimalna wartość współczynnika tarcia statycznego, aby kula mogła się staczać bez poślizgu?
9. Klocki o masach m_1 i m_2 połączono cienką, nierozciągliwą żyłką (o pomijalnie małej masie) przerzuconą przez krążek (o masie M i promieniu r). Zakładając, że pomiędzy krążkiem a żyłką nie było poślizgu i pomijając siły tarcia (pomiędzy klockiem 1 a podłożem), oblicz wartość przyspieszenia kątownego krążka.



$$m_1 = 18 \text{ kg} \quad m_2 = 9 \text{ kg}$$

$$M = 6 \text{ kg} \quad r = 10 \text{ cm}$$

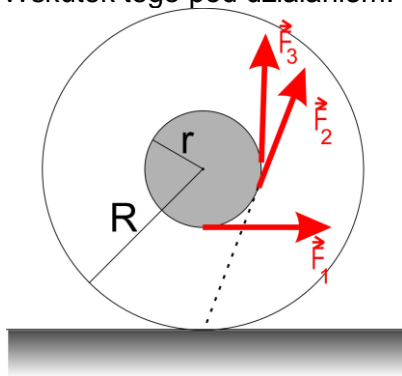
10. Kąt nachylenia równi pochyłej (względem pionu) wynosi 30° . Z równi puszczone kolejno (bez prędkości początkowej) jednorodny walec ($m_1 = 5 \text{ kg}$, $r_1 = 5 \text{ cm}$), jednorodną kulę ($m_2 = 10 \text{ kg}$, $r_2 = 10 \text{ cm}$) i obręcz cienkościenną ($m_3 = 2 \text{ kg}$, $r_3 = 30 \text{ cm}$). Do chwili zjechania z równi pochyłej środek ciężkości (masy) każdej z tych brył przebył w pionie odległość równą 3 m . Współczynnik tarcia statycznego pomiędzy powierzchnią każdej z brył a powierzchnią równi pochyłej wynosił $0,6$.

- a. Sprawdź rachunkowo, które z brył będą się staczać bez poślizgu.
- b. Jeżeli dla którejś z brył wystąpi poślizg, to oblicz maksymalną wartość kąta nachylenia (mierzoną względem poziomu) równi, przy którym nie wystąpi poślizg.
- c. Oblicz wartość momentu bezwładności każdej z tych brył względem chwilowej osi obrotu tej bryły.
- d. Dla brył, które będą się staczać bez poślizgu, oblicz wartość siły tarcia kinetycznego.
- e. Dla brył, które będą się staczać bez poślizgu, oblicz wartość ich przyspieszenia liniowego.
- f. Dla brył, które będą się staczać bez poślizgu, oblicz wartość ich przyspieszenia kąтового.
- g. Dla brył, które będą się staczać bez poślizgu, oblicz wartość prędkości ich ruchu postępowego na końcu równi pochyłej.
- h. Dla brył, które będą się staczać bez poślizgu, oblicz wartość ich prędkości kątowej na końcu równi pochyłej.
- i. Dla brył, które będą się staczać bez poślizgu, oblicz czas, po upływie którego stoczą się z równi pochyłej.
- j. Dla brył staczających się bez poślizgu, oblicz wartość ich całkowitej energii kinetycznej na dole równi pochyłej.
- k. Wyprowadź wzór określający stosunek energii kinetycznej ruchu obrotowego brył (staczających się bez poślizgu) do energii kinetycznej ich ruchu postępowego.
- l. Oblicz, jakim procentem całkowitej energii mechanicznej (staczającej się bez prędkości początkowej i poślizgu kuli) jest energia kinetyczna jej ruchu obrotowego, jeżeli podczas takiego ruchu jej środek ciężkości przebył w pionie odległość h .
- m. Oblicz wartość zmiany momentu pędu staczającej się kuli (bez poślizgu i prędkości początkowej) w ciągu pierwszej sekundy jej ruchu.

Rozstrzygnij, które z podanych poniżej zdań są prawdziwe, a które nie. Krótko uzasadnij swój wybór.

1. Jednorodny pręt o stałym przekroju ma długość 1 m . Po odcięciu kawałka o długości 40 cm , położenie jego środka masy przesunęło się (względem jednego z jego końców) o 30 cm .
2. Jeżeli wypadkowy moment sił działających na bryłę obracającą wokół nieruchomej osi jest stały i różny od zera w czasie jej wirowania, to wartość moment pędu tej bryły jednostajnie maleje lub jednostajnie wzrasta wraz z upływem czasu.
3. Jeżeli niewielka kulka o masie 100 g , porusza się po okręgu o średnicy 2 m , to wartość jej momentu bezwładności względem środka okręgu wynosi $0,4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

4. Moment pędu Ziemi krążącej wokół Słońca ma stałą wartość, co oznacza, że wartość jej prędkości względem Słońca ma stałą wartość.
5. Do ciężkiego krążka z grubą osią przykładano kolejno siły \vec{F}_1, \vec{F}_2 i \vec{F}_3 (patrz poniższy rysunek). Wskutek tego pod działaniem:



- a. siły \vec{F}_1 krążek potoczy się w lewo,
 b. siły \vec{F}_2 krążek nie będzie się toczył,
 c. siły \vec{F}_3 krążek potoczy się w prawo.

6. Jeżeli bryła sztywna obraca się wokół stałej osi obrotu, to wszystkie jej punkty mają takie same prędkości kątowe i liniowe.
7. Jeżeli dane są dwie jednorodne kule o takich samych masach, ale kula pierwsza jest wykonana z materiału o większej gęstości, to pomiędzy momentami bezwładności obu kul (liczonym względem środka masy) zachodzi zależność: $I_1 > I_2$.
8. Jeżeli okres obrotu bryły sztywnej wzrośnie dwa razy, to wartość jej energii kinetycznej (ruchu obrotowego) zmaleje cztery razy.
9. Jeżeli wartość momentu bezwładności bryły sztywnej względem stałej osi obrotu zmaleje dwa razy, a wartość wypadkowego momentu sił działających na bryłę wzrośnie dwa razy, to wartość jej przyspieszenia kątowego wzrośnie cztery razy.
10. Jeżeli moment pędu bryły sztywnej względem pewnej osi obrotu ma stałą wartość, to wzrost wartości momentu bezwładności względem tej osi o 40% powoduje zmniejszenie wartości prędkości kątowej o 40%.
11. Jeżeli moment bezwładności koła zamachowego, wykonującego n obrotów na sekundę, ma wartość I , to wartość energii kinetycznej tego koła dana jest wzorem: $E_k = 2 \cdot \pi^2 \cdot n^2 \cdot I$.
12. Jeżeli bryła sztywna wiruje wokół stałej osi obrotu i względem tej osi ma moment pędu o wartości L , podczas, gdy jej moment bezwładności względem tej samej osi wynosi I , to okres jej obrotu wokół rozpatrywanej osi wyraża zależność:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot I}{L}$$

13. Karol siedzący na obrotowym krześle obraca się z prędkością kątową o pewnej wartości. Jeżeli trzymane w obu rękach jednakowe obciążniki przybliży do osi obrotu krzesła (siły tarcia można pominąć), to wartość jego momentu pędu się nie zmieni, natomiast wartość jego energii kinetycznej wzrośnie.
14. Jeżeli jednorodna kula o masie m toczy się bez poślizgu po poziomej powierzchni, a wartość prędkości jej środka masy wynosi v ($I_o = 0,4 \cdot m \cdot r^2$), to energia kinetyczna jej ruchu obrotowego (liczona względem środka masy) jest 2,5 razy mniejsza od wartości jej energii kinetycznej ruchu postępowego.